

广东海洋大学 2018—2019 学年第一学期

## 《线性代数》课程试题答案

课程代码: 19221201

☒ 考试☒ A 卷☐ B 卷☐ 考查☐ C 卷☐ D 卷☒ 闭卷☐ 开卷☐ E 卷☐ F 卷

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分	阅卷教师
各题分数	30	10	10	15	10	10	15	100	
实得分数									

一、填空 (每小题 3 分, 共 30 分)

(1) 5 级排列 24315 的逆序数  $N(24315) = \underline{4}$ ;(2)  $A$  为五阶方阵,  $A$  的行列式  $|A|=1$ , 则  $|-2A^{-1}| = \underline{-32}$ ;(3) 设  $\alpha = (5, 6, 7)$ ,  $\beta = (2, 3, 4)$ , 若  $5(z + \alpha) - 2\beta = O$ , 其中  $O$  为零向量, 则 $z = \underline{\left(-\frac{21}{5}, -\frac{24}{5}, -\frac{27}{5}\right)}$ ;(4) 设  $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A^*$  是矩阵  $A$  的伴随矩阵, 则  $5A^* = \underline{\begin{pmatrix} 5 & -15 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}}$ ;(5)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{2013} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^{2014} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;(6) 若  $|A| \neq 0$ , 则  $n$  阶方阵  $A$  的行向量组的秩为  $\underline{n}$ ;(7) 矩阵  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  的行最简形 =  $\underline{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}}$ ;

(8) 行列式  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$  中的元素  $a_{23}$  的代数余子式  $A_{23} = \underline{4}$ ;

(9) 行列式  $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \underline{-30}$ ;

(10) 设  $n$  元齐次线性方程组  $AX = 0$ , 其中  $R(A) = r < n$ , 则其基础解系中有  $\underline{n-r}$  个解向量。

二、(10 分) 设  $D = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ , 计算行列式  $D$  的值。

原式 =  $\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2$

三、(10 分) 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ , 求  $(5A)^{-1}$ 。

$$(5A|E) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 5 & 10 & 15 & 1 & 0 & 0 \\ 10 & 10 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 15 & 20 & 15 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0.2 & 0.6 & -0.4 \\ 0 & 1 & 0 & -0.3 & -0.6 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 & 0.2 & 0.2 & -0.2 \end{array} \right),$$

于是,  $(5A)^{-1} = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.6 & -0.4 \\ -0.3 & -0.6 & 0.5 \\ 0.2 & 0.2 & -0.2 \end{pmatrix}$

四、(15 分) 设  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 3 & -3 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \\ -1 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ , 求矩阵  $A$  的列向量组的秩及其一个极大线性无关组, 并把其余向量用这个极大线性无关组线性表示出来。

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 3 & -3 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \\ -1 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

于是, 所求秩为 2, 极大线性无关组为  $(2, 1, 3, -1)^T, (3, -1, 2, 0)^T$  且

$$(1, 3, 4, -2)^T = 2 * (2, 1, 3, -1)^T - 1 * (3, -1, 2, 0)^T$$

$$(4, -3, 1, 1)^T = -1 * (2, 1, 3, -1)^T + 2 * (3, -1, 2, 0)^T$$

五、(10 分) 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ , 求矩阵  $X$ , 使  $AX = A + 5E$ 。

$$(A|A+5E) = \left( \begin{array}{cc|cc} 2 & 1 & 7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 6 & -4 \\ 0 & 1 & -5 & 9 \end{array} \right)$$

$$\text{于是, } X = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ -5 & 9 \end{pmatrix}$$

六、(10 分) 问  $t$  取什么值时下列向量组线性相关:

$$\alpha_1 = (t, 1, 2)^T, \quad \alpha_2 = (2, 0, t)^T, \quad \alpha_3 = (1, 1, -1)^T.$$

$$\text{当 } \begin{vmatrix} t & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & t & -1 \end{vmatrix} = 0 \text{ 时, } \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \text{ 线性相关, 于是 } t=3, t=-2$$

七、(15 分) 求线性方程组的通解: 
$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 2 & 2 & 4 \\ 9 & 4 & 1 & 7 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{11} & \frac{9}{11} & -\frac{2}{11} \\ 0 & 1 & \frac{5}{11} & -\frac{1}{11} & \frac{10}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \text{ 于是}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{11}x_3 - \frac{9}{11}x_4 - \frac{2}{11} \\ -\frac{5}{11}x_3 + \frac{1}{11}x_4 + \frac{10}{11} \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = k_1 \begin{pmatrix} \frac{1}{11} \\ -\frac{5}{11} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + k_2 \begin{pmatrix} -\frac{9}{11} \\ \frac{1}{11} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{2}{11} \\ \frac{10}{11} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

