

练习 3

一、填空. (3×10=30 分)

1. D_5 的展开式中, $a_{12}a_{23}a_{31}a_{45}a_{54}$ 所带的符号是 (+或-): _____.

2. 设 $\alpha=(3,4,4)$, $\beta=(2,1,3)$, 若 $\alpha-2\beta+2x=0$, 则 $x=$ _____.

3. 设 A, B 都是三阶方阵并且 $|A|=2$, $|B|=3$, 则 $|2AB^{-1}|=$ _____.

4. 行列式 $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ 中元素 a_{32} 的代数余子数为_____.

5. 设 $A=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$, 则 A 的伴随矩阵 $A^*=$ _____.

6. 设 n 维向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关, 则向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ _____. (填“线性相关”或“线性无关”)

7. n 阶方阵 A 的行列式 $|A|=0$, 则 $R(A)$ _____. (填“等于 n ”或“小于 n ”)

8. 矩阵 $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ 的行最简形为_____.

9. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix}=$ _____.

10. n 元线性方程组 $Ax=b$ 有无穷解的充要条件是_____.

二、(10 分) 设

$$D=\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

计算行列式 D 的值。

三、已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$, 求 A^{-1} 。(10 分)

四、已知 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, 满足矩阵方程 $AX = B$, 求 X 。(10 分)

五、设向量组 $A: \alpha_1 = (1, 2, -1)^T, \alpha_2 = (2, a, 1)^T, \alpha_3 = (4, 1, -1)^T$ 线性相关, 求 a 。(10 分)

六、已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$, 求矩阵 A 的列向量组的秩和一个极大线性

无关组, 并把其余向量用这个极大线性无关组表示。(15 分)

七、求非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 1 \end{cases}$ 的通解。(15 分)