

练习 1

一、填空（每小题 3 分，共 30 分）

(1) 5 级排列 24315 的逆序数 $N(24315) =$ _____;

(2) A 为五阶方阵, A 的行列式 $|A|=1$, 则 $|-2A^{-1}|=$ _____;

(3) 设 $\alpha=(5, 6, 7)$, $\beta=(2, 3, 4)$, 若 $5(z+\alpha)-2\beta=O$, 其中 O 为零向量, 则 $z=$ _____;

(4) 设 $A=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, A^* 是矩阵 A 的伴随矩阵, 则 $5A^*=$ _____;

(5) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{2013} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^{2014} =$ _____;

(6) 若 $|A| \neq 0$, 则 n 阶方阵 A 的行向量组的秩为 _____;

(7) 矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 的行最简形= _____;

(8) 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ 中的元素 a_{23} 的代数余子式 $A_{23}=$ _____;

(9) 行列式 $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$ _____;

(10) 设 n 元齐次线性方程组 $Ax = 0$, 其中 $R(A)=r < n$, 则其基础解系中有 _____ 个解向量。

二、(10 分) 设 $D=\begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$, 计算行列式 D 的值。

三、(10 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, 求 $(5A)^{-1}$ 。

四、(15 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 3 & -3 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \\ -1 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, 求矩阵 A 的列向量组的秩及其一个极大线性无关组, 并把其余向量用这个极大线性无关组线性表示出来。

五、(10 分) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, 求矩阵 X , 使 $AX = A + 5E$ 。

六、(10 分) 问 t 取什么值时下列向量组线性相关:

$$\alpha_1 = (t, 1, 2)^T, \alpha_2 = (2, 0, t)^T, \alpha_3 = (1, 1, -1)^T。$$

七、(15 分) 求线性方程组的通解:
$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2 \end{cases}$$