

练习 2

一、填空。(4×10=40 分)

1. 若 5 级排列 $i432j$ 的逆序数 $N(i432j)=3$, 则 $i=$ _____, $j=$ _____。

2. 若 $a_{32}a_{43}a_{14}a_{ij}a_{25}$ 为 5 阶行列式中的一项, 则 $i=$ _____, $j=$ _____。

3. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 7 \\ 2 & 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$, 则 $|A| =$ _____。

4. 设 $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 则 A 的伴随矩阵 $A^* =$ _____。

5. 设 A 为四阶方阵, 且 $|A|=3$, 则 $|-2A| =$ _____。

6. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & 5 \end{bmatrix}$, 则 $r(A) =$ _____。

7. 设 $\alpha = (1, 2, 3), \beta = (1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}), A = \alpha\beta^T$, 则 $A =$ _____。

8. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关, 则 $r(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) =$ _____。

9. 设 n 元齐次线性方程组 $Ax=0$, 其中 $r(A)=r < n$, 则基础解系中含有_____个解向量。

10. 设 n 元非齐次线性方程组 $Ax=b$, $\bar{A}=(A, b)$ 为增广矩阵, 则方程组中有无穷多解的充要条件是_____。

二、(10 分) 设

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & k & 1 & 0 \\ 0 & 0 & k & 2 \\ 0 & 0 & 2 & k \end{vmatrix}$$

计算行列式 D 的值。

三、(10 分) 求矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ 的秩。

四、(10 分) 求向量组 $\alpha_1 = (2, 4, 2)^T, \alpha_2 = (1, 1, 0)^T, \alpha_3 = (2, 3, 1)^T, \alpha_4 = (3, 5, 2)^T$ 的一个极大无关组, 并把其余向量用该极大无关组线性表示。

五、(15 分) 设矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & -5 \end{bmatrix}$$

求 $(E - A)^{-1}$ 。

六、(15 分) 求方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -1/2 \end{cases}$ 的通解。