

集合论课堂测验参考答案

1、 $A \oplus B = \{2, 5\}$, $P(A \cap B) = \{\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{1, 3\}\}$, $I_A = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$, $E_B = B \times B$ 或 $\{\langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 5 \rangle, \langle 3, 5 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 5, 1 \rangle, \langle 5, 3 \rangle\} \cup I_B$

2、 $R^2 = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle\}$, $s(R) = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle\}$

3、证明： $A \subseteq B \Rightarrow C - B \subseteq C - A$

证明：任取 $x \in C - B \Leftrightarrow x \in C \wedge x \notin B \Rightarrow x \in C \wedge x \notin A \Rightarrow x \in C - A$

4、最大元、极大元、上界、上确界： f ；最小元、极小元、下界、下确界： c

5、等价类： $[a] = [b] = \{a, b\}$ ； $[c] = [d] = \{c, d\}$ ； $A/R = \{\{a, b\}, \{c, d\}\}$

6、课堂作业已经讲解过。

7、使用传递闭包：令 $S = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ ，定义 S 上的关系 R $\langle x, y \rangle \in R \Leftrightarrow$ 从 a 到 b 有一条直接的路径，则 $R = \{\langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, g \rangle, \langle g, b \rangle, \langle c, f \rangle, \langle f, e \rangle, \langle b, d \rangle, \langle d, f \rangle\}$ ， $t(R)$ （即 R 的传递闭包）即可以表达可达的路径： $\langle a, b \rangle \in t(R) \Leftrightarrow$ 从 a 可达 b 。而 $\{a\}$ 在 $t(R) - I_S$ 下的像，就是从城市 a 出发可达的其他城市的集合。

$t(R) - I_S = \{\langle a, b \rangle, \langle a, d \rangle, \langle a, f \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, g \rangle, \langle a, e \rangle, \langle b, g \rangle, \langle b, d \rangle, \langle b, f \rangle, \langle b, e \rangle, \langle c, f \rangle, \langle c, e \rangle, \langle d, f \rangle, \langle d, e \rangle, \langle f, e \rangle, \langle g, b \rangle, \langle g, d \rangle, \langle g, f \rangle, \langle g, e \rangle\}$

$(t(R) - I_S)[\{a\}] = \{b, c, d, e, f, g\}$ ，即为城市 a 可达的城市集合，同理可得：

$(t(R) - I_S)[\{b\}] = \{d, e, f, g\}$ ， $(t(R) - I_S)[\{c\}] = (t(R) - I_S)[\{d\}] = \{e, f\}$ ，

$(t(R) - I_S)[\{f\}] = \{e\}$ ， $(t(R) - I_S)[\{g\}] = \{b, d, e, f\}$ ，