

广东海洋大学2022-2023学年第一学期

《概率论》期末试卷

☐ 考试 ☐ A卷 ☐ 闭卷

课程号：_____

☐ 考查 ☐ B卷 ☐ 开卷

题 号	一	二	三	四	五	总分	阅卷教师
实得分数							

一、填空题(共10题，每题2.5分， 共25分)

1. 随机变量 X 服从正态分布，其均值 $\mu=60$ ，标准差 $\sigma=10$ 。如果要计算 X 小于 80 的概率，可以使用标准正态分布表查找 z 值，其中 $z=(80 - \mu)/\sigma$ ，计算得到 $z=$ _____，然后查找相应的 z 值对应的概率。

2. 设 X 和 Y 是两个独立的随机变量，分别服从均匀分布 $U(0, 1)$ 和 $U(0, 2)$ 。计算 $P(X + Y > 1)$ 的值是_____。

3. 一枚硬币被抛掷三次。计算至少出现两次正面的概率是_____。

4. 一个集合中，有 10 个不同的元素。随机选择 3 个元素，计算它们全部不同的概率，结果为_____。

5. 标准扑克牌中，从中随机抽取 5 张牌，计算其中至少有一对的概率_____。

6. 设 X 是一个二项分布的随机变量，其中 $n=10$ ， $p=0.3$ 。计算 $P(X > 5)$ 的值，结果为_____。

7. 一个骰子被掷 6 次。计算得到点数之和为偶数的概率，结果为_____。

8. 假设 X 是一个指数分布的随机变量，其参数 $\lambda=0.2$ 。 $P(X < 5)$ 的值_____。

9. 在一个包含 20 个红球和 30 个蓝球的袋子中，从中随机抽取 4 个球，计算至少有两个红球的概率是_____。

10. 设 X 是一个泊松分布的随机变量，其均值 $\mu=4$ 。 $P(X =2)$ 的值_____。

二、单选题(共11题，每题2分， 共22分)

1. 设 X 和 Y 是两个独立的随机变量， $E(X) = 2$ ， $E(Y) = 3$ ， $\text{Var}(X) = 4$ ， $\text{Var}(Y) = 9$ ，则 $E(X + 2Y)$ 的值为：()

- A. 8
- B. 10
- C. 11
- D. 12

2. 事件 A 和 B 独立发生, $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.3$, 求 $P(A \text{ 并 } B \text{ 的补事件})$ 的值。()

- A. 0.01
- B. 0.12
- C. 0.63
- D. 0.82

3. 假设随机变量 X 服从正态分布 $N(2, 9)$, 则 $P(X > 5)$ 的值为: ()

- A. 0.0228
- B. 0.1587
- C. 0.8413
- D. 0.9772

4. 如果 A 是随机事件, $P(A) = 0.6$, $P(A \text{ 的补事件}) = 0.3$, 则 $P(A \text{ 并 } A \text{ 的补事件})$ 的值为: ()

- A. 0.15
- B. 0.18
- C. 0.36
- D. 0.45

5. 设随机变量 X 服从均匀分布 $U(1, 5)$, 则 $P(2 < X < 4)$ 的值为: ()

- A. $1/8$
- B. $1/4$
- C. $1/2$
- D. $3/4$

6. 如果事件 A 和 B 互不相容, $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.4$, 求 $P(A \text{ 或 } B \text{ 的补事件})$ 的值:()

- A. 0.3
- B. 0.4

C. 0.7

D. 0.9

7. 设 X 和 Y 是两个随机变量，且它们的协方差为 0，那么 X 和 Y 一定是：
()
- A. 相互独立
 - B. 相互不独立
 - C. X 和 Y 可能相互独立，也可能相互不独立
 - D. 无法确定
8. 设 X 和 Y 是两个独立随机变量，且它们的方差都为 1，那么 $Z=X+Y$ 的方差为：()
- A. 1
 - B. 2
 - C. 0
 - D. 无法确定
9. 若随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布，那么随机变量 $Y=\exp(X)$ 服从的分布是：()
- A. 正态分布
 - B. 均匀分布
 - C. 指数分布
 - D. 对数正态分布
10. $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是来自总体 X 的一个样本，根据大数定律可知：
()
- A. 样本均值的方差会无穷大
 - B. 样本均值的方差会无穷小
 - C. 样本均值的方差会趋近于总体均值的方差
 - D. 样本均值的方差无法确定
11. $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是来自正态分布总体 X 的一个样本，且样本均值为 5，样本方差为 9。当样本容量 n 增大时，这个样本均值的抽样分布将趋近于：
()
- A. 正态分布

- B. 均匀分布
- C. 指数分布
- D. 二项分布

三、判断题(共8题，每题2分，共16分)

1. 切比雪夫不等式是用来估计随机变量与其均值之间的距离的工具。()
2. 如果两个离散随机变量 X 和 Y 是相互独立的，那么它们的协方差一定为零。
()
3. 在二项分布中，成功概率 p 的增加会导致方差的增加。()
4. 对于连续随机变量 X，期望值 E(X) 等于其概率密度函数 f(x) 在整个定义域上的积分。()
5. 在一个标准正态分布中，约 68% 的数据点位于均值的一个标准差范围内。
()
6. 贝叶斯定理是用于计算先验概率的工具，与先验信息无关。()
7. 一个连续概率分布中，概率密度函数 f(x) 的积分从负无穷到正无穷等于 1。
()
8. 在统计学中，独立同分布 (i. i. d.) 的假设通常意味着随机变量之间相互独立，且具有相同的概率分布。()

四、证明题(共2题，每题12分，共24分)

1. 证明 Chebyshev 不等式：对于任何具有有限均值（期望值） μ 和有限方差 σ^2 的随机变量 X，以及任何正实数 k ($k > 0$)，Chebyshev 不等式给出了以下不

等式：
$$P(|X - \mu| \geq k\sigma) \leq \frac{1}{k^2}$$
，其中 P 表示概率。

2. 证明中心极限定理的弱法，对于独立同分布的随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n$ ，均值 μ 和方差 σ^2 ，当 n 趋向无穷时，标准化 $(Z = (X_1 + X_2 + \dots + X_n - n\mu) / \sqrt{n\sigma^2})$ 的分布趋向于标准正态分布。

五、计算题(共13分)

X 和 Y 是两个独立的随机变量，分别服从指数分布，其概率密度函数为：

$$X$$

对于 X ， $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ ，其中 λ 为 X 的参数。

$$Y$$

对于 Y ， $f(y) = \mu e^{-\mu y}$ ，其中 μ 为 Y 的参数。

计算随机变量 $Z=X+Y$ 的概率密度函数 $f(z)$ 。给定 λ 和 μ 的具体值，例如 $\lambda = 0.2$ ， $\mu = 0.3$ 。